

Министерство образования Республики Беларусь  
Учебно-методическое объединение высших учебных заведений  
Республики Беларусь по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ  
Первый заместитель Министра  
образования Республики Беларусь

  
А.И. Жук


Регистрационный № ГД - А. 309 / тип.

## ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Типовая учебная программа  
для высших учебных заведений по специальностям:  
1-02 05 01 Математика;  
1-02 05 03 Математика. Дополнительная специальность

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического  
объединения высших учебных  
заведений Республики Беларусь  
по педагогическому образованию

  
П.Д. Кухарчик

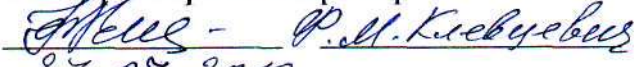
Начальник Управления высшего и среднего  
специального образования Министерства  
образования Республики Беларусь

  
Ю.И. Миксюк

Проректор по учебной и воспитательной работе  
Государственного учреждения образования  
«Республиканский институт высшей школы»

  
В.И. Шупляк

Эксперт-нормоконтролер

  
Р.М. Клевчевич  
27.07.2010

Минск 2010

**СОСТАВИТЕЛИ:**

О.А. Баркович, доцент кафедры алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

В.Г. Новохрост, доцент кафедры алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук;

В.А. Янцевич, доцент кафедры алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра алгебры и геометрии учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»;

В.В. Беньяш-ЬСривец, профессор кафедры высшей алгебры Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 6 от 21.01.2010г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 4 от 03.03.2010 г.);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения высших учебных заведений Республики Беларусь по педагогическому образованию (протокол № 2 от 10.03.2010 г.)

Ответственный за выпуск: В.Г. Новохрост

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Теория чисел» для педагогических университетов представляет собой обоснование теоретико-числовых основ школьного курса алгебры. Одни его темы, такие как "Делимость целых чисел", "Основная теорема арифметики", непосредственно связаны со школьной программой, другие могут служить основой для факультативных занятий.

Для успешного изучения дисциплины "Теория чисел" студентам необходимо усвоить дисциплину "Элементарная математика и практикум по решению задач" и следующие разделы дисциплины "Алгебра": "Целые числа", "Комплексные числа", "Алгебраические структуры".

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательных стандартов по специальностям 1-02 05 01 Математика; 1-02 05 03 Математика. Дополнительная специальность.

Задачей дисциплины является расширение научного кругозора будущего преподавателя математики и повышение его методического уровня.

Учебно-воспитательный процесс при изучении теории чисел должен быть организован таким образом, чтобы он давал возможность будущему преподавателю приобрести основные профессиональные качества:

- сформировать установку на творческую профессиональную деятельность;

- развить профессиональное мышление, которое обеспечило бы будущему специалисту возможность свободно оперировать профессиональными знаниями, формулировать проблемы и выбирать оптимальные пути их решения в самостоятельной практической деятельности;

- воспитать в себе активную профессиональную позицию, умение вырабатывать свой индивидуальный подход в решении педагогических задач, обеспечивающих результативность учебно-воспитательной деятельности;

- развивать потребность будущего специалиста в самостоятельном повышении собственного профессионального уровня.

В соответствии с требованиями к уровню усвоения содержания дисциплины выпускник должен

знать:

- основные понятия теории чисел;
- теорему о делении с остатком;
- теорему о линейном представлении наибольшего общего делителя;
- основные числовые функции и их свойства;
- основные свойства сравнений;
- теоремы о решении сравнений первой степени;
- теорему о существовании первообразного корня по простому модулю;

уметь:

- находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное, линейное представление наибольшего общего делителя;

- находить каноническое разложение целого числа;
- представлять натуральное число в виде систематического числа;
- производить операции над числами, записанными в системе счисления с основанием, не равным десяти;
- решать линейные диофантовы уравнения;
- решать сравнения с одной неизвестной;
- находить первообразные корни и индексы;
- применять теорию сравнений к решению арифметических задач: отысканию остатков от деления некоторого числа на заданное число; установлению признаков делимости чисел.

Данная программа является основным документом, который определяет объем и содержание дисциплины для вышеуказанной специальности и предусматривает традиционную последовательность ее изложения. На ее основе в каждом учебном заведении соответствующими кафедрами разрабатываются рабочие учебные программы с учетом индивидуальных особенностей вуза и кафедр. Кафедрам предоставляется право изменять последовательность изучения тем. Преподаватель по согласованию с кафедрой имеет право изменить до 20% содержания программы. Некоторые вопросы программы по решению кафедр могут выноситься для самостоятельного изучения студентами.

Программа состоит из двух разделов:

Раздел 1. Отношение делимости в кольце целых чисел.

Раздел 2. Отношение сравнения в кольце целых чисел.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Практически каждая тема дисциплины позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов разрабатываются соответствующими кафедрами вуза в соответствии с целями и задачами подготовки специалиста.

Особое внимание необходимо обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Рекомендуется разработка системы индивидуальных заданий, которые студент должен выполнить на основе образцов, рассмотренных на лекциях и практических занятиях.

По каждому разделу программы рекомендуется проведение коллоквиума.

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студента предусматривается проведение двух контрольных работ в течение семестра, а по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.

5

На изучение дисциплины отводится 192 часа, в том числе 84 аудиторных часа (лекции - 42 часа, практические занятия - 42 часа).

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

№ разделов, тем	Название разделов, тем	Количество часов		
		ВСЕГО	Лекции	Практические занятия
1	Отношение делимости в кольце целых чисел	41	21	20
1.1	Делимость целых чисел	9	5	4
1.2	Основная теорема арифметики	8	4	4
1.3	Кольцо целых гауссовых чисел	5	3	2
1.4	Диофантовы уравнения	9	5	4
1.5	Числовые функции	10	4	6
2	Отношение сравнения в кольце целых чисел	43	21	22
2.1	Сравнения и их основные свойства	6	3	3
2.2	Кольцо классов вычетов	13	7	6
2.3	Сравнения с одним неизвестным	10	5	5
2.4	Обращение обыкновенной дроби в периодическую	4	2	2
2.5	Первообразные корни и индексы	10	4	6
	ВСЕГО:	84	42	42

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## Раздел 1. Отношение делимости в кольце целых чисел

### 1.1. Делимость целых чисел

НОД и НОК нескольких целых чисел. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби. Систематические числа и систематические (g-ичные) дроби.

### 1.2. Основная теорема арифметики

Простые и составные числа. Разложение целого числа на простые множители. Основная теорема арифметики. Делимость целых чисел, представленных в канонической форме. НОД и НОК целых чисел, представленных в канонической форме. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена.

### 1.3. Кольцо целых гауссовых чисел

Определение целых гауссовых чисел и операции над ними. Кольцо целых гауссовых чисел. Норма гауссова числа. Обратимые элементы кольца целых гауссовых чисел. Простые гауссовы числа. Аналог основной теоремы арифметики: однозначность разложения целых гауссовых чисел в произведение простых гауссовых чисел. НОД и НОК целых гауссовых чисел, разложенных на простые множители.

### 1.4. Диофантовы уравнения

Линейные диофантовы уравнения. Методы решения диофантовых уравнений. Примеры решения диофантовых уравнений второй степени с тремя неизвестными. Уравнение Ферма.

### 1.5. Числовые функции

Число и сумма натуральных делителей. Мультипликативные функции. Совершенные числа. Целая и дробная часть числа. Функция Эйлера. Мультипликативность функции Эйлера. Формула для вычисления функции Эйлера. Сумма значений функции Эйлера, распространенная по всем делителям данного числа. Функция Мебиуса.

## Раздел 2. Отношение сравнения в кольце целых чисел

### 2.1. Сравнения и их основные свойства

Простейшие свойства сравнений в кольце целых чисел. Признаки делимости.

### 2.2. Кольцо классов вычетов

Разбиение множества целых чисел на классы. Сложение и умножение классов. Кольцо классов вычетов. Полная и приведенная системы вычетов. Группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Теорема Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.

**2.3. Сравнения с одним неизвестным**

Сравнения с одним неизвестным. Решение сравнений с одним неизвестным. Эквивалентные сравнения. Линейные сравнения. Решение линейных сравнений с помощью цепных дробей. Китайская теорема об остатках.

**2.4. Обращение обыкновенной дроби в периодическую**

Порядок числа по данному модулю. Обращение обыкновенной дроби в периодическую. Нахождение длины периода систематической дроби и числа цифр, стоящих после запятой перед периодом, при обращении обыкновенной дроби в систематическую дробь.

**2.5. Первообразные корни и индексы**

Первообразные корни. Существование первообразных корней по простому модулю. Индексы по простому модулю. Двучленные сравнения. Решение двучленных сравнений. Квадратичные вычеты.



**СПИСОК**  
**основной и дополнительной литературы**  
**по дисциплине «Теория чисел»**

**Основная литература**

1. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. - М.: Просвещение, 1966.
2. Виноградов, И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. - М.: Наука, 1981.
3. Гельфонд, А.О. Решение уравнений в целых числах / А.О. Гельфонд. - М.: Наука, 1978.
4. Монахов, В.С. Алгебра и теория чисел: практикум. В 2 ч. Ч. 1 / В.С. Монахов, А.В. Бузланов. - Минск: Изд. центр БГУ, 2007.
5. Шнеперман, Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях. В 2 ч. Ч. 1 / Л.Б. Шнеперман. - Минск: Вышэйшая школа, 1986.
6. Шнеперман, Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях. В 2 ч. Ч. 2 / Л.Б. Шнеперман. - Минск: Вышэйшая школа, 1987.
7. Шнеперман, Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Б. Шнеперман. - Минск: Вышэйшая школа, 2000.

**Дополнительная литература**

1. Айерленд, К. Классическое введение в современную теорию чисел / К. Айерленд. - М.: Мир, 1987.
2. Александров, В.А. Задачник-практикум по теории чисел / В.А. Александров, СМ. Горшенин. - М.: Просвещение, 1972.
3. Бейкер, А. Введение в теорию чисел / А. Бейкер. - Минск: Вышэйшая школа, 1995.
4. Бескин, Н.М. Замечательные дроби / Н.М. Бескин. - Минск: Вышэйшая школа, 1980.
5. Дынкин, Е.Б., Успенский В.А. Математические беседы / Е.Б. Дынкин, В.А. Успенский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
6. Михелович, Ш.Х. Теория чисел / Ш.Х. Михелович. - М.: Высшая школа, 1967.
7. Практические занятия по алгебре и теории чисел / М.П. Лельчук, И.И. Полевченко, А.М. Радьков, Б.Д. Чеботаревский. - Минск: Вышэйшая школа, 1986.
8. Серпинский, В. Пифагоровы треугольники / В. Серпинский. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959.
9. Серпинский, В. 100 простых, но одновременно и трудных вопросов арифметики / В. Серпинский. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961.

10. Серпинский, В. Что мы знаем и чего не знаем о простых числах / В. Серпинский. - М: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963.
11. Серпинский, В. 250 задач по элементарной теории чисел / В. Серпинский. - М.: Просвещение, 1968.
12. Серр, Ж.-П. Курс арифметики / Ж.-П. Серр. - М: Мир, 1972.
13. Энциклопедия элементарной математики. Книга первая. Арифметика / под ред. П.С. Александрова, А.И. Маркушевича, А.Я. Хинчина. - М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1951.