

Министерство образования Республики Беларусь  
Учебно-методическое объединение высших учебных заведений  
Республики Беларусь по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра  
образования Республики Беларусь



А.И. Жук

24.06.08

Регистрационный № ТД - А. 003 / тип.

**ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА  
И ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ**

**Типовая учебная программа  
для высших учебных заведений по специальностям:**

**1-02 05 01 Математика;**

**1-02 05 03 Математика. Дополнительная специальность**

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического объединения  
высших учебных заведений Республики Беларусь  
по педагогическому образованию

 П.Д.Кухарчик

20.05.08

Начальник Управления высшего и среднего  
специального образования Министерства  
образования Республики Беларусь

 Ю.И. Миксюк

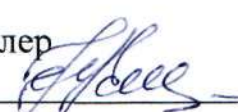
24.06.08

Первый проректор Государственного учреждения  
образования «Республиканский институт высшей  
школы»

 В.И. Дынич

24.06.08

Эксперт-нормоконтролер

  
24.06.08

Минск 2008

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

Е.Г.Будников, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования "Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка", кандидат педагогических наук, доцент;

М.И.Лисова, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования "Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка", кандидат педагогических наук, доцент;

О.Н.Пирютко, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования "Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка", кандидат педагогических наук, доцент;

Г.Н.Солтан, заведующий кафедрой математики и методики преподавания математики учреждения образования "Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка", кандидат педагогических наук, доцент

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра математики и методики преподавания математики учреждения образования «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П.Шамякина» (протокол №9 от 17.04.2008 г.);

Решеткина И.В., доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С.Пушкина", кандидат педагогических наук, доцент

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени М.Танка» (протокол № 8 от 20.03.2008г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени М.Танка» (протокол №4 от 15.05.2008 г.);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения высших учебных заведений Республики Беларусь по педагогическому образованию (протокол №2 от 16.05.2008 г.)

Ответственный за редакцию: Будников Е.Г.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи дисциплины

Курс «Элементарная математика и практикум по решению задач» предназначен для обобщения и углубления школьной математики. В процессе его изучения решаются следующие задачи подготовки будущего учителя математики:

- обучение будущих учителей математики общим и частным методам решения задач;
- формирование прочных умений и навыков решения задач школьной математики;
- развитие творческих способностей студентов путём систематического решения задач повышенной сложности и нестандартных задач;
- формирование общих приёмов поиска решения задач.

Курс лекций по элементарной математике обобщает основные методы решения задач школьного типа, тесно связан с фундаментальными курсами по высшей математике, интегрирует содержательно-математические и психолого-педагогические подходы к решению задач, представляет собой теоретическое обоснование практикума по решению задач.

Практикум по решению задач строится на основании соединения линейного и концентрического компонентов и призван реализовать идеи развивающего обучения математике.

В результате изучения дисциплины студент должен:

#### ***Знать:***

- математические понятия и формулы элементарной математики;
- методы равносильных преобразований;
- основные методы решения задач по алгебре;
- основные методы решения задач по геометрии;
- свойства элементарных функций;
- приёмы эвристических рассуждений;

#### ***Уметь:***

- использовать математические понятия и их свойства для доказательства теорем;
- исследовать функции и применять их свойства к решению уравнений и неравенств;
- решать алгебраические и геометрические задачи;
- применять методы математического моделирования в решении текстовых задач;
- применять основные методы решения алгебраических задач;
- применять основные методы решения геометрических задач;
- использовать эвристические рассуждения и приёмы в решении нестандартных задач.

Общее количество часов 526, из них аудиторных 292 часа (лекций - 106 часов, практических занятий - 186 часов)

Тематический план курса «Элементарная математика и практикум по решению задач»

№ темы	Название тем	Аудиторные		
		Лекции	Практические занятия	Всего
<b>Раздел 1. Алгебра</b>				
1	Множество натуральных чисел. Полная и неполная индукции. Метод математической индукции	2	4	6
2	Последовательности	2	4	6
3	Целые, рациональные и иррациональные числа. Делимость чисел. Корень степени $n$ . Арифметический корень	2	2	4
4	Выражения с переменными. Многочлены	2	6	8
5	Числовые неравенства и их свойства. Доказательство неравенств	2	4	6
6	Уравнение. Корни уравнения. Уравнения-следствия и равносильные уравнения. Теоремы о равносильных уравнениях. Решение рациональных уравнений	2	4	6
7	Неравенства с переменными	2	4	6
8	Иррациональные уравнения и неравенства	2	4	6
9	Системы и совокупности уравнений и неравенств	2	6	8
10	Текстовые задачи	4	6	10
11	Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений		4	4
12	Показательные и логарифмические уравнения	2	6	8
13	Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции и их графики	2		2
14	Тождественные преобразования тригонометрических выражений	2	4	6

15	Решение тригонометрических уравнений и неравенств	4	6	10
16	Графики функций и уравнений	2	6	8
17	Функциональный подход к решению уравнений, неравенств и их систем	2	6	8
18	Уравнения с параметрами	6	6	12
19	Неравенства с параметрами	6	6	12
<b>Раздел 2. Геометрия</b>				
1	Обзор основных теорем и формул планиметрии	2		2
2	Методы решения планиметрических задач	6	4	10
3	Основные соотношения между элементами треугольников. Равенство, подобие треугольников		4	4
4	Метрические соотношения в треугольнике и окружности	2	6	8
5	Замечательные точки и линии треугольника	2	4	6
6	Многоугольники	2	6	8
7	Методы геометрических преобразований.	2	6	8
8	Свойства параллельного проектирования. Изображение плоских фигур. Изображение многогранников и тел вращения	2	2	4
9	Построение сечений многогранников.	2	6	8
10	Вычисление углов и расстояний в пространстве	2	4	6
11	Многогранники	2	6	8
12	Тела вращения	4	6	10
13	Векторный и координатный методы решения задач геометрии	4	6	10
14	Решение задач на комбинации геометрических тел	6	6	12
15	Наибольшие и наименьшие значения величин в геометрии	4	6	10
<b>Раздел 3. Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач</b>				
1	Доказательства и правдоподобные рассуждения	2	4	6
2	Функциональный подход в поиске решений нестандартных задач	6	2	8
3	Эвристические приёмы при решении нестандартных задач	2	6	8

4	Принцип Дирихле	2	2	4
5	Логические и комбинаторные задачи	4	6	10
6	Обобщение. Итоговый контроль усвоения курса		6	6
	<b>Количество часов:</b>	<b>106</b>	<b>186</b>	<b>292</b>
	<b>Итого</b>		<b>Аудиторные - 292</b>	

## Содержание дисциплины

### Раздел 1. Алгебра

#### **Тема 1. Множество натуральных чисел. Полная и неполная индукции. Метод математической индукции**

Понятия полной и неполной индукции. Метод математической индукции. Решение задач методом полной индукции. Индукция в геометрии.

#### **Тема 2. Последовательности**

Числовые последовательности и их свойства. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

#### **Тема 3. Целые, рациональные и иррациональные числа. Делимость чисел. Корень степени $n$ . Арифметический корень**

Множество целых чисел и его свойства. Делимость чисел. Теоремы о делимости. Множество действительных чисел и его свойства. Понятие иррационального числа. Представление действительного числа в виде десятичной дроби.

#### **Тема 4. Выражения с переменными. Многочлены**

Понятие выражения с переменными. Область определения и множество значений. Многочлены и их свойства. Целые выражения. Рациональные выражения. Алгебраические дроби и действия над ними. Тождественные преобразования рациональных и иррациональных выражений.

#### **Тема 5. Числовые неравенства и их свойства. Доказательство неравенств**

Понятие числового неравенства. Основные свойства неравенств. Основные методы доказательства неравенств. Задачи на доказательство неравенств.

#### **Тема 6. Уравнение. Корни уравнения. Уравнения-следствия и равносильные уравнения. Теоремы о равносильных уравнениях. Решение рациональных уравнений**

Понятие уравнения. Равносильные уравнения. Корни уравнений. Задачи на составление уравнений. Методы решения рациональных уравнений.

#### **Тема 7. Неравенства с переменными**

Определение неравенства с одной переменной. Теоремы о равносильных неравенствах. Решение рациональных неравенств.

#### **Тема 8. Иррациональные уравнения и неравенства**

Решения уравнений, содержащих переменную под знаком радикала. Равносильность уравнений, различные приемы проверки решений. Методы решения иррациональных уравнений и неравенств.

#### **Тема 9. Системы и совокупности уравнений и неравенств**

Определения системы и совокупности уравнений и неравенств, а также их решений. Теоремы о равносильности систем и их доказательства. Методы решения систем рациональных и иррациональных уравнений.

**Тема 10. Текстовые задачи**

Моделирование реальных процессов. Различные классификации текстовых задач и систематизация методов и приемов их решения. Решение текстовых задач составлением уравнений и неравенств, систем уравнений и неравенств.

**Тема 11. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений**

Определение и свойства степени с действительным показателем. Определение и свойства логарифма. Тождественные преобразования.

**Тема 12. Показательные и логарифмические уравнения**

Приемы решения показательных и логарифмических уравнений на основе применения тождественных преобразований. Применение свойств показательной и логарифмической функций к решению уравнений.

**Тема 13. Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции и их графики.**

Основные тригонометрические функции, их свойства и графики. Основные обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

**Тема 14. Тождественные преобразования тригонометрических выражений**

Основные тождества и соотношения, связанные с тригонометрическими и обратными тригонометрическими функциями. Доказательство тригонометрических тождеств и неравенств. Применение формул тригонометрии к решению задач.

**Тема 15. Решение тригонометрических уравнений и неравенств**

Формулы решения простейших тригонометрических уравнений. Различные типы тригонометрических уравнений. Применение свойств тригонометрических функций к решению уравнений и неравенств.

**Тема 16. Графики функций и уравнений**

Графики функций и уравнений. Основные преобразования графиков функций (растяжение, сжатие, параллельный перенос и др.). Построение графиков сложных функций.

**Тема 17. Функциональный подход к решению уравнений, неравенств и их систем**

Систематизация и повторение приемов решения уравнений и неравенств с использованием графиков и свойств функций. Уравнения и неравенства, решение которых требует в комплексе знаний свойств функций. Исследовательский подход к решению уравнений и неравенств.

**Тема 18. Уравнения с параметрами**

Понятие уравнения с параметром (параметрами) и его решения. Методы решения уравнений с параметрами.

**Тема 19. Неравенства с параметрами**

Понятие неравенства с параметром (параметрами). Методы решения неравенств с параметрами.



## Раздел 2. Геометрия

### **Тема 1. Обзор основных теорем и формул планиметрии**

Повторение и обобщение основных планиметрических соотношений, теорем, формул, правил вывода.

### **Тема 2. Методы решения планиметрических задач**

Метод равных треугольников. Сущность метода доказательства от противного и его особенности. Алгебраический метод. Метод опорных задач. Метод площадей.

### **Тема 3. Основные соотношения между элементами треугольников. Равенство, подобие треугольников**

Признаки равенства треугольников в задачах. Исследование свойств треугольников. Подобие треугольников. Свойства подобных треугольников. Пропорциональное деление отрезков в треугольнике. Теорема Чевы и Менелая. Применение подобия к решению задач.

### **Тема 4. Метрические соотношения в треугольнике и окружности**

Свойства хорд, секущих и касательных окружности. Опорные задачи.

### **Тема 5. Замечательные точки и линии треугольника**

Точки пересечения биссектрис, медиан и высот треугольника. Окружность и прямая Эйлера.

### **Тема 6. Многоугольники**

Основные виды многоугольников, четырехугольников, их свойства и признаки. Вписанные и описанные, правильные многоугольники.

### **Тема 7. Методы геометрических преобразований**

Основные методы геометрических преобразований (осевая и центральная симметрии, параллельный перенос, поворот, подобие, гомотетия) и их приложения.

### **Тема 8. Свойства параллельного проектирования. Изображение плоских фигур. Изображение многогранников и тел вращения**

Параллельность прямых и плоскостей в пространстве. Основные теоремы, определения, признаки параллельности двух прямых, параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей. Определения и признаки скрещивающихся прямых. Применение теорем о параллельности прямых и плоскостей в пространстве к решению задач.

### **Тема 9. Построение сечений многогранников**

Методы построения сечений многогранников. Использование параллельности для построения сечений многогранников.

### **Тема 10. Вычисление углов и расстояний в пространстве**

Углы между прямыми в пространстве. Решение задач на вычисление углов между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Решение задач на вычисление углов между прямой и плоскостью. Двугранные углы. Углы между плоскостями. Вычисление углов между плоскостями. Многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла.

### **Тема 11. Многогранники**

Виды многогранников. Призма. Виды призм. Пирамида. Виды пирамид. Правильные многогранники и их элементы. Теорема Эйлера. Площади поверхностей и объемы многогранников. Решение задач на нахождение элементов многогранников.

### **Тема 12. Тела вращения**

Цилиндр, конус, усеченный конус. Шар и сфера. Части сферы и шара. Решение задач на нахождение элементов тел вращения.

### **Тема 13. Векторный и координатный методы решения задач геометрии**

Применение векторов к решению аффинных и метрических задач в пространстве. Векторно-координатный метод определения угла между прямыми, между прямой и плоскостью, между двумя плоскостями. Векторно-координатный метод определения расстояний между фигурами.

### **Тема 14. Решение задач на комбинации геометрических тел**

Комбинации шара с цилиндром, конусом и усеченным конусом. Взаимное расположение двух сфер. Комбинации цилиндра, конуса и усеченного конуса с многогранниками. Комбинации шара с многогранниками.

### **Тема 15. Наибольшие и наименьшие значения величин в геометрии**

Понятие задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений геометрической величины. Основные приемы решения геометрических задач на нахождение наибольшей и наименьшей геометрической величины.

## **Раздел 3. Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач**

### **Тема 1. Доказательства и правдоподобные рассуждения**

Обобщенные приемы исследовательской деятельности в процессе поиска решения задач.

### **Тема 2. Функциональный подход в поиске решений нестандартных задач**

Динамизация геометрических объектов на плоскости и в пространстве.

### **Тема 3. Эвристические приемы при решении нестандартных задач.**

Олимпиадные задачи.

### **Тема 4. Принцип Дирихле**

Олимпиадные задачи, решаемые с использованием принципа Дирихле.

### **Тема 5. Логические и комбинаторные задачи**

Приёмы решения логических и комбинаторных задач. Логические задачи, решаемые с помощью графов.

### **Тема 6. Обобщение. Итоговый контроль усвоения курса**

Обзор теоретического содержания курса. Решение задач различными способами.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная:

1. Литвиненко В.И., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике. М., изд-во «Просвещение», 1991, 348с.
2. Вересова Е.Е., Денисова Н.С., Полякова Т.Н. Практикум по решению математических задач. М., изд-во «Просвещение», 1979, 306 с.
3. Василевский А.Б. Обучение решению задач по математике. Мн., изд-во «Вышэйшая школа», 1988, 255с.
4. Учебники, учебные и учебно-методические пособия по математике для средней школы. Мн. Изд-во «Народная асвета», 2003-2008 г.г.
5. Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Математика для поступающих в ВУЗы. М., изд-во «Просвещение», 2001, 406 с.
6. Сборник задач по математике для поступающих в ВТУЗы. Под ред. М.И. Сканави. М., изд-во «Просвещение», 2004 г., 526 с.
7. Будников Е.Г., Казаков В.В., Шестаков Ю.Н. Сборник экзаменационных материалов по математике за курс средней школы. Мн., изд-во «Народная асвета», 2008 г., 296 с.
8. Сборник заданий для проведения выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за курс базовой школы. Мн., изд-во «Народная асвета», 2008 г., 256 с.
9. Салтан Г.М. Матэматычныя курсы па выбару. Мн., изд-во "Народная асвета", 1993, 93с.
10. Лисова М.И. Задачи на построение. - Стереометрия. Мн., БГТГУ, 2004, 82 с.
11. Прасолов В.В., Шарыгин И.Ф. Задачи по стереометрии. М., изд-во «Наука», 1989 г., 346 с.
12. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. В 2-х частях. М., изд-во «Просвещение», 1989 г., 600 с.
13. Рогановский Н.М., Рогановская Е.Н. Элементарная математика. - Мн., изд-во «Дизайн ПРО», 2000 г., 580 с.
14. Булатов В.И., Жук А.И. и др. - Пособие для подготовки к экзамену и централизованному тестированию. - Минск, изд-во «Аверсев», 2003 г., 306 с.
15. Пирютко О.Н. Повторим математику быстро, 10-11. Минск, изд-во «Аверсев», 2004 г., 150 с.

### Дополнительная:

1. Вельский З.И., Лисова М.И., Пещенко Н.К., Пирютко О.Н. Математика: пособие для поступающих в вузы. Мн., БГПУ, 2004 г., 208 с.

2. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М., изд-во «Наука», 1975 г., 406 с.
3. Пойа Д. Математическое открытие. М., изд-во «Наука», 1975 г., 406 с.

## ГЛОССАРИЙ

**Алгебра** - содержание упорядоченного алгебраического материала, отражающего, обобщающего и углубляющего школьный курс алгебры, изучаемый на базовом, повышенном и углубленном уровнях в учреждениях образования, обеспечивающих получение общего среднего образования.

**Геометрия** - содержание упорядоченного геометрического материала, отражающего, обобщающего и углубляющего школьный курс геометрии, изучаемый на базовом, повышенном и углубленном уровнях в учреждениях образования, обеспечивающих получение общего среднего образования.

**Эвристика как система поиска общих приёмов решения нестандартных задач** - содержание обобщенных приёмов исследовательской деятельности в поиске решения нестандартных задач. Виды олимпиадных задач школьного типа по математике и методы их решения.