

Министерство образования Республики Беларусь  
Учебно-методическое объединение по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра  
образования Республики Беларусь

 А.М. Жук

Регистрационный № БД А. 336 / тип.

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Типовая учебная программа

для высших учебных заведений по специальностям:

1-02 05 01 Математика;

1-02 05 03 Математика. Дополнительная специальность

СОГЛАСОВАНО

Председатель учебно-методического  
объединения по педагогическому образованию

 П.Д. Кухарчик

25.03.10


Начальник Управления высшего и среднего  
специального образования Министерства  
образования Республики Беларусь

 Ю.И. Миксюк

Проректор по учебной и воспитательной работе  
Государственного учреждения образования  
«Республиканский институт высшей школы»

 В.И. Шупляк

Эксперт-нормоконтролер

 Р.М. Киселевич

28.09.2010

Минск 2010

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

З.И. Вельский, доцент кафедры алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;  
М.В. Милованов, доцент кафедры алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;  
В.В. Шлыков, заведующий кафедрой алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, доцент

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета;  
О.В. Матысик, заведующий кафедрой алгебры и геометрии учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина», кандидат физико-математических наук, доцент

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 6 от 21.01.2010г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 4 от 03.03.2010 г.);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения по педагогическому образованию (протокол № 2 от 10.03.2010 г.)

Ответственный за выпуск: З.И. Вельский

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Знания, полученные при изучении дисциплины «Дифференциальная геометрия», дают возможность будущему преподавателю математики получить представление о сравнительно недавних этапах развития евклидовой геометрии и оценить дополнительные возможности, которые дает применение методов математического анализа в геометрических исследованиях.

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательных стандартов высшего образования по специальностям 1-02 05 01 «Математика»; 1-02 05 03 «Математика. Дополнительная специальность».

Целью изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» является подготовка высококвалифицированных преподавателей математики, способных обучать учащихся на высоком научном и методическом уровне и грамотно вести факультативные курсы в старших классах средней школы.

Задачи изучения данной дисциплины заключаются в ознакомлении студентов с современным геометрическим языком, символами, методами и приемами решения задач, при которых используются фундаментальные идеи и методы классической геометрии, а также с расширением кругозора и компетенции будущего преподавателя математики.

Дисциплина имеет связь с курсами математического анализа, алгебры, дифференциальных уравнений, физики, а также специальными курсами геометрии.

С точки зрения профессиональной направленности дисциплина «Дифференциальная геометрия» занимает важное место в подготовке будущих преподавателей математики, так как объекты изучения данного курса (линии, в том числе прямые, окружности, касательные; некоторые поверхности и другие) встречаются в курсе геометрии средней школы.

В результате изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» выпускник должен

знать:

- методы изучения произвольной кривой;
- основные характеристики кривой - кривизну и кручение;
- первую квадратичную форму поверхности;
- вторую квадратичную форму поверхности;
- понятия полной и средней кривизны поверхности и геодезической линии на поверхности;

уметь:

- вычислять кривизну и кручение регулярной кривой;
- находить коэффициенты первой квадратичной формы поверхности;
- вычислять длину дуги и угол между кривыми на поверхности;
- находить коэффициенты второй квадратичной формы поверхности;
- вычислять полную и среднюю кривизну поверхности.

Данная программа является основным документом, который определяет объем и содержание дисциплины для вышеуказанных специальностей. На ее основе в каждом учебном заведении разрабатываются соответствующими ка-

федрами рабочие учебные программы с учетом индивидуальных особенностей вуза и кафедр. Кафедрам предоставляется право изменять последовательность изучения тем. Некоторые вопросы программы по решению кафедр могут выноситься для самостоятельного изучения студентами.

Программа состоит из трех разделов, включающих указанные темы.

Раздел 1. «Линии в евклидовом пространстве». (Векторная функция одного скалярного аргумента. Понятие линии. Гладкие линии класса  $C^k$ . Касательная к линии. Длина дуги. Натуральная параметризация линии. Формулы Френе. Сопровождающий репер кривой).

Раздел 2. «Поверхности в евклидовом пространстве». (Векторная функция двух скалярных аргументов. Понятие поверхности в  $E_3$ . Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги, угол между линиями, площадь поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Полная и средняя кривизна поверхности).

Раздел 3. «Внутренняя геометрия поверхности». (Геодезическая кривизна линии на поверхности. Геодезические линии. Внутренняя геометрия поверхности. Изометрические поверхности).

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению преподавателя-исследователя, обладающего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов разрабатываются соответствующими кафедрами вуза и должны соответствовать целям и задачам подготовки специалистов.

Особое внимание следует обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Рекомендуется разработка системы индивидуальных заданий, которые студент должен выполнить на основе образцов, рассмотренных на лекциях и практических занятиях.

По всем разделам программы рекомендуется проведение коллоквиумов.

С целью текущего контроля рекомендуется проведение в семестре двух контрольных работ.

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.

Типовыми учебными планами по дисциплине «Дифференциальная геометрия» по специальностям 1-02 05 01 «Математика»; 1-02 05 03 «Математика. Дополнительная специальность» отводится всего 158 часов. Из них 70 аудиторных (лекции - 34 часа; практические занятия - 36 часов).

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Название раздела, темы	Кол-во часов		
		Всего	Лекции	Практические занятия
<b>1</b>	<b>Линии в евклидовом пространстве</b>	<b>34</b>	<b>16</b>	<b>18</b>
1.1.	Векторная функция одного скалярного аргумента	6	4	2
1.2.	Понятие линии. Гладкие линии класса $C^k$ . Касательная к линии	6	4	2
1.3.	Длина дуги. Натуральная параметризация линии	10	4	6
1.4.	Формулы Френе. Сопровождающий репер кривой	12	4	8
<b>2</b>	<b>Поверхности в евклидовом пространстве</b>	<b>26</b>	<b>12</b>	<b>14</b>
2.1.	Векторная функция двух скалярных аргументов. Понятие поверхности в $E_3$	8	4	4
2.2.	Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги, угол между линиями, площадь поверхности	8	4	4
2.3.	Вторая квадратичная форма поверхности. Полная и средняя кривизна поверхности	10	4	6
<b>3</b>	<b>Внутренняя геометрия поверхности</b>	<b>10</b>	<b>6</b>	<b>4</b>
3.1.	Геометрическая кривизна линии на поверхности. Геодезические линии	5	3	2
3.2.	Внутренняя геометрия поверхности. Изометрические поверхности	5	3	2
	<b>ВСЕГО:</b>	<b>70</b>	<b>34</b>	<b>36</b>

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Раздел 1. Линии в евклидовом пространстве

#### 1.1. Векторная функция одного скалярного аргумента.

Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал. Понятие непрерывности отображения. Примеры.

#### 1.2. Понятие линии. Гладкие линии класса $C^k$ . Касательная к линии.

Понятие линии. Гладкая линия класса  $C^k$ . Касательная к линии.

#### 1.3. Длина дуги. Натуральная параметризация линии.

Длина дуги линии. Натуральная параметризация кривой.

#### 1.4. Формулы Френе. Сопровождающий репер кривой.

Формулы Френе. Сопровождающий репер кривой. Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения линии. Винтовая линия. Понятие эволюты и эвольвенты плоской кривой.

### Раздел 2. Поверхности в евклидовом пространстве

#### 2.1. Векторная функция двух скалярных аргументов. Понятие поверхности в $E_3$ .

Векторная функция двух скалярных аргументов. Понятие поверхности в  $E_3$ . Гладкие поверхности класса  $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки поверхности.

#### 2.2. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги, угол между линиями, площадь поверхности.

Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями. Площадь квадратируемой поверхности.

#### 2.3. Вторая квадратичная форма поверхности. Полная и средняя кривизна поверхности.

Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности. Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности.

### Раздел 3. Внутренняя геометрия поверхности

#### 3.1. Геодезическая кривизна линии на поверхности. Геодезические линии.

Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна линии на поверхности. Геодезические линии.

#### 3.2. Внутренняя геометрия поверхности. Изометрические поверхности.

Понятие изгиба поверхности. Дефект геодезического треугольника. Поверхности постоянной гауссовой кривизны и их внутренние геометрии.

**СПИСОК**  
**основной и дополнительной литературы**  
**по дисциплине «Дифференциальная геометрия»**

***Основная литература***

1. Атанасян Л.С. Геометрия: В 2 ч./ Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. - М.: Просвещение, 1986, 1987. 4.2. - 352 с.
2. Жафяров А.Ж. Геометрия: В 2 ч./ А.Ж. Жафяров. - Сибирское университетское издательство: Новосибирск, 2003. 4.2. - 267 с.
3. Атанасян Л.С. и др. Сборник задач по геометрии: В 2 ч./ Л.С. Атанасян и др. - М.: Просвещение, 1975. 4.2. - 176 с.
4. Базылев В.Т. Сборник задач по геометрии/ В.Т. Базылев. - М.: Просвещение, 1980. - 238 с.
5. Сборник задач по дифференциальной геометрии. Под ред. А.С. Феденко. - М.: НАУКА, 1979. - 272 с.

***Дополнительная литература***

6. Базылев В.Т. Геометрия: В 2 ч./ В.Т. Базылев, К.И. Дуничев и др. - М.: Просвещение, 1975. 4.2. - 367 с.
7. Атанасян Л.С. Геометрия: В 2 ч./ Л.С. Атанасян, Г.Б. Гуревич. - М.: Просвещение, 1976. 4.2. - 447 с.