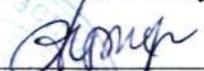


Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение высших учебных заведений
Республики Беларусь по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь


_____ А.И. Жук


_____ Регистрационный № ТД - А. 004 / тип.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ

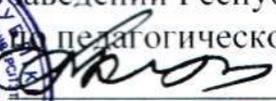
Типовая учебная программа
для высших учебных заведений по специальностям:

1-02 05 01 Математика;

1-02 05 03 Математика. Дополнительная специальность

СОГЛАСОВАНО

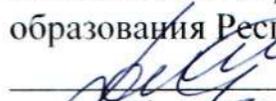
Председатель учебно-методического
объединения высших учебных
заведений Республики Беларусь
по педагогическому образованию

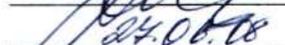

_____ П.Д. Кухарчик


_____ 29.05.08.



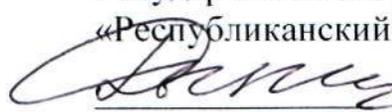
Начальник Управления высшего и среднего
специального образования Министерства
образования Республики Беларусь

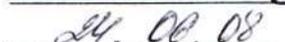

_____ Ю.И. Миксюк


_____ 24.06.08

Первый проректор

Государственного учреждения образования
«Республиканский институт высшей школы»


_____ В.И. Дынич


_____ 24.06.08

Эксперт-нормоконтролер


_____ 24.06.08

Минск 2008

СОСТАВИТЕЛИ:

З.И. Вельский, доцент кафедры алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

М.В. Милованов, доцент кафедры алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент;

В.В. Шлыков, заведующий кафедрой алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета:

Н.В.Лазаквич, профессор кафедры функционального анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой алгебры и геометрии учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 8 от 20.03.08г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 4 от 15.05.2008 г.);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения высших учебных заведений Республики Беларусь по педагогическому образованию (протокол № 2 от 16.05.2008 г.)

Ответственный за выпуск: З.И. Вельский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность изучения учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и преобразования плоскости»

Содержание курса аналитической геометрии и преобразований плоскости в педагогическом университете должно быть достаточно богатым, чтобы дать возможность будущему преподавателю математики взглянуть на школьный курс геометрии с более общей точки зрения, грамотно преподавать геометрию в средней школе и вести факультативные занятия по геометрии (векторная алгебра и ее приложения, геометрические построения, метод координат, геометрические преобразования и др.).

Данный курс находит в дальнейшем приложения в курсах математического анализа, алгебры и теории чисел, дифференциальной геометрии, физики. Он имеет общенаучную и профессиональную направленность.

Цели и задачи учебной дисциплины

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования по специальностям 1-02 05-01 Математика; 1-02 05 03 Математика. Дополнительная специальность.

Общенаучная направленность имеет своей целью ознакомление студентов с современным геометрическим языком и символикой, с методами и приемами решения задач школьной геометрии, при которых используются фундаментальные идеи и методы современной геометрии.

С точки зрения профессиональной направленности курс аналитической геометрии и преобразований плоскости занимает особо важное место в подготовке будущих преподавателей математики, так как некоторые вопросы этого курса (векторы, координаты точек, некоторые уравнения прямой, некоторые преобразования плоскости) изучаются в курсе геометрии средней школы.

Преобразования плоскости играют особо существенную роль, так как соответствующие группы преобразований определяют евклидову и аффинную геометрии. Движения и подобия плоскости изучаются в школьном курсе геометрии. Поэтому этот раздел представлен должным образом и может быть в дальнейшем использован при работе в школе. С ним тесно связано изложение теории геометрических построений на плоскости циркулем и линейкой.

Задачей курса является подготовка высококвалифицированного преподавателя геометрии, способного обучать учащихся средней школы на высоком научном и методическом уровне.

Учебно-воспитательный процесс при изучении аналитической геометрии и преобразований плоскости должен быть организован таким образом, чтобы он давал возможность будущему преподавателю приобрести основные профессиональные качества:

- сформировать установку на творческую профессиональную деятельность;
- развить профессиональное мышление, которое обеспечило бы будущему специалисту возможность свободно оперировать профессиональными знаниями, формулировать проблемы и выбирать оптимальные пути их решения в самостоятельной практической деятельности;
- воспитать в себе активную профессиональную позицию, вырабатывать свой подход в решении задач, обеспечивающих результативность учебно-воспитательной деятельности;
- развивать познавательную активность и потребность будущего специалиста в самостоятельном повышении собственного профессионального уровня.

Требования к уровню усвоения содержания учебной дисциплины

Требования к уровню усвоения содержания дисциплины определены образовательным стандартом высшего педагогического образования первой ступени по циклу общепрофессиональных и специальных дисциплин, в котором указаны, с учетом компетентности подхода, общенаучные умения, система предметных знаний и комплекс предметных умений.

Выпускник должен

знать:

- операции над векторами;
- аффинные, декартовы и полярные системы координат;
- уравнения прямой и плоскости;
- кривые и поверхности второго порядка и их канонические уравнения;
- методы решения задач на построение циркулем и линейкой;
- важнейшие группы преобразований плоскости;

уметь:

- находить координаты вектора в данном базисе;
- определять являются ли векторы линейно независимыми или нет;
- применять векторы, уравнения прямой и плоскости при решении геометрических задач;
- исследовать кривые и поверхности второго порядка по их каноническим уравнениям;
- применять преобразования плоскости при решении задач на построение.

Структура содержания учебной дисциплины

Данная программа является основным документом, который определяет объем и содержание дисциплины для вышеуказанной специальности и предусматривает традиционную последовательность ее изложения. На ее основе в каждом учебном заведении соответствующими кафедрами разрабатываются рабочие учебные программы с учетом индивидуальных особенностей вуза и кафедр. Кафедрам предоставляется право изменять последовательность изучения тем. Некоторые вопросы программы по решению кафедр могут выноситься для самостоятельного изучения студентами.

Программа состоит из трех разделов, включающих указанные темы.

Раздел I. Аналитическая геометрия на плоскости (Элементы векторной алгебры, метод координат на плоскости, прямая на координатной плоскости, линии второго порядка).

Раздел II. Аналитическая геометрия в пространстве (Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведение векторов, плоскости и прямые в пространстве, поверхности второго порядка. Многогранники).

Раздел III. Геометрические построения на плоскости. Преобразования плоскости.

Материал последнего раздела должен быть максимально приближен к школьному курсу геометрии.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Самостоятельная работа студентов

Принципиально каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет содействовать становлению преподавателя-исследователя, владеющего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов разрабатываются соответствующими кафедрами вуза в соответствии с целями и задачами подготовки специалиста.

Особое внимание необходимо обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Рекомендуется разработка системы индивидуальных заданий, которые студент должен выполнить на основе образцов, рассмотренных на лекциях и практических занятиях.

Диагностика компетенций студента

По каждому разделу программы рекомендуется проведение коллоквиума.

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ в каждом семестре.

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студента по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.

Из рекомендуемых образовательным стандартом Республики Беларусь на изучение дисциплины «Аналитическая геометрия и преобразования плоскости» отводится 460 часов. Из них аудиторных - 212 часов (лекции - 104 часа, практические занятия - 92 часа, лабораторные работы - 16 часов).

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

№ разделов, тем	Название разделов, тем	Количество часов			
		Аудиторные			
		ВСЕГО	Лекции	Практические	Лабораторные
1	2	3	4		
1	Аналитическая геометрия на плоскости				
1.1	Элементы векторной алгебры.	20	10	10	
1.2	Метод координат на плоскости.	16	8	6	2
1.3	Прямая на координатной плоскости.	16	8	8	
1.4	Линии второго порядка.	20	10	8	2
	ВСЕГО :	72	36	32	4
2	Аналитическая геометрия в пространстве				
2.1	Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.	14	8	4	2
2.2	Плоскости и прямые в пространстве.	22	10	10	2
2.3	Поверхности второго порядка. Многогранники.	34	18	14	2
	ВСЕГО :	70	36	28	6
3	Геометрические построения на плоскости. Преобразования плоскости				
3.1	Геометрические построения на плоскости.	48	14	28	6
3.2	Преобразования плоскости.	22	18	4	
	ВСЕГО :	70	32	32	6
	ИТОГО :	212	104	92	16

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел I. Аналитическая геометрия на плоскости

1. Элементы векторной алгебры

Направленный отрезок. Понятие вектора. Равные векторы. Сумма векторов. Свойства сложения векторов. Разность векторов. Произведение вектора на действительное число и его свойства.

Линейная зависимость и независимость системы векторов. Коллинеарные векторы. Признак коллинеарности векторов. Компланарные векторы. Признак компланарности векторов.

Векторное пространство. Система аксиом. Базис и размерность векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе и их свойства.

Скалярное произведение векторов, свойства, вычисление и приложения. Ортонормированный базис. Применение векторов к решению задач школьного курса геометрии.

2. Метод координат на плоскости

Аффинная система координат на плоскости. Декартова система координат. Ориентация системы координат. Координаты точки в данной системе координат. Деление направленного отрезка в данном отношении. Расстояние между двумя точками.

Преобразование аффинной системы координат. Формулы преобразования декартовых координат точки.

Полярная система координат. Связь между полярными и декартовыми координатами.

Понятие уравнения или неравенства фигур в координатной плоскости. Пересечение и объединение фигур и условия их определяющие. Две основные задачи аналитической геометрии: составление уравнений или неравенств фигур и построение фигур по заданным их уравнениям или неравенствам. Приложение метода координат к решению задач школьного курса геометрии.

3. Прямая на координатной плоскости

Векторное и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой с данным направляющим вектором и проходящей через данную точку. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Общее уравнение прямой на плоскости. Исследование общего уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках.

Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Геометрический смысл углового коэффициента прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.

Угол между прямыми. Формула косинуса угла. Формула тангенса угла между прямыми, заданными уравнениями с угловыми коэффициентами. Нормальный вектор прямой. Уравнение прямой, перпендикулярной данному вектору и проходящей через данную точку. Расстояние от точки до прямой на координатной плоскости. Пучок прямых на плоскости. Полуплоскости,

ограниченные данной прямой. Приложения к решению задач школьного курса геометрии.

4. Линии второго порядка

Эллипс, вывод канонического уравнения и исследование его формы по уравнению. Эксцентриситет и директрисы эллипса. Параметрические уравнения эллипса.

Гипербола и ее каноническое уравнение, исследование формы. Эксцентриситет, директрисы и асимптоты гиперболы.

Парабола, вывод ее канонического уравнения, исследование формы.

Директрисы эллипса, гиперболы и параболы. Уравнение линий второго порядка в полярных координатах.

Касательная к эллипсу, гиперболе и параболе. Диаметры эллипса и гиперболы, сопряженные диаметры, главные диаметры (оси). Диаметры и ось параболы.

Общее уравнение линии второго порядка и приведение его к каноническому виду. Исследование упрощенного уравнения. Классификация линий второго порядка. Построение линии второго порядка по ее уравнению.

Раздел II. Аналитическая геометрия в пространстве

1. Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов

Аффинная система координат в пространстве. Координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Декартова система координат в пространстве. Ориентация системы координат. Преобразования аффинной системы координат. Расстояние между двумя точками в декартовой системе координат.

Векторное произведение векторов, свойства, вычисление и приложения.

Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл, вычисление и приложения.

Геометрическое истолкование уравнений и неравенств между координатами. Приложение метода координат и векторной алгебры к решению задач стереометрии.

2. Плоскости и прямые в пространстве

Векторное и параметрические уравнения плоскости. Уравнение плоскости, заданной точкой и направляющими векторами. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности вектора данной плоскости. Исследование общего уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Построение плоскости по её уравнению в аффинной системе координат. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Пучок плоскостей.

Нормальный вектор плоскости. Уравнение плоскости в декартовой системе координат с заданным нормальным вектором и проходящей через данную точку. Расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями.

Векторное и параметрические уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой в пространстве. Общие уравнения прямой в пространстве и переход от них к параметрическим или каноническим.

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

Приложение к решению задач школьного курса геометрии.

3. Поверхности второго порядка. Многогранники

Цилиндрические поверхности. Цилиндры второго порядка. Конические поверхности. Конусы второго порядка. Поверхности вращения.

Эллипсоид и его каноническое уравнение. Свойства эллипсоида. Однополостный и двуполостный гиперболоиды, их канонические уравнения и свойства. Эллиптический параболоид, его каноническое уравнение и свойства. Гиперболический параболоид, его каноническое уравнение, исследование формы методом сечений.

Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

Аффинное n -мерное пространство, евклидово n -мерное пространство.

Понятие выпуклого многогранника. Теорема Эйлера для выпуклых многогранников. Правильные многогранники. Существование пяти типов правильных многогранников: куб, правильный тетраэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.

Раздел III. Геометрические построения на плоскости. Преобразования плоскости

1. Геометрические построения на плоскости

Система аксиом построений циркулем и линейкой. Простейшие и основные задачи на построение. Общая схема решения задач на построение: анализ, построения, доказательство, исследование.

Методы решения задач на построение: метод пересечений фигур, применение движений плоскости (метод параллельного переноса, осевой и центральной симметрии, поворота), метод подобия, алгебраический метод. Признак разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Примеры классических задач на построение, неразрешимых циркулем и линейкой: об удвоении куба, о трисекции угла, о квадратуре круга, о построении правильных n -угольников.

2. Преобразования плоскости

Отображения и преобразования множеств. Композиция преобразований. Группа преобразований плоскости, подгруппа группы преобразований. Эрлангентская программа Ф.Клейна. Предмет геометрии. Геометрии группы и подгруппы.

Некоторые преобразования плоскости: параллельный перенос, осевая симметрия, центральная симметрия, поворот плоскости, скользящая симметрия.

Движения плоскости, свойства, аналитические выражения движения. Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и ее подгруппы.

Гомотетия и ее свойства. Группа гомотетий с одним и тем же центром. Подобие плоскости и его свойства. Группа всех подобий плоскости и ее подгруппы. Аналитические выражения подобия. Подобие как композиция гомотетии и движения.

Аффинные преобразования плоскости, их свойства и аналитические выражения. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Аффинная эквивалентность фигур (четырёхугольников, эллипса и окружности).

Применение преобразований плоскости к решению задач школьного курса геометрии.

СПИСОК**основной и дополнительной литературы
по дисциплине «Аналитическая геометрия и преобразования плоскости»*****Основная литература***

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия: В 2 ч. М., Просвещение, 1986, Ч. 1, 336 с, 1987. 4.2. - 352 с.
2. Жафяров А.Ж. Геометрия: В 2 ч.: Сибирское университетское издательство. Новосибирск, 2002. 4.1. - 271 с, 2003. 4.2. - 267 с.
3. Немченко К.Э. Аналитическая геометрия. М., ЭКСМО, 2007. - 352 с.
4. Постников М.М. Аналитическая геометрии. М, Наука, 1987. - 336 с.
5. Бахвалов СВ., Бабушкин Л.И., Иваницкая В.П. Аналитическая геометрия. М., Просвещение, 1965. - 368 с.
6. Атанасян Л.С. и др. Сборник задач по геометрии: В 2 ч. М., Просвещение, 1973. 4.1, 256 с, 1975. 4.2. - 176 с.
7. Базылев В.Т. и др. Сборник задач по геометрии. М., Просвещение, 1980.-238 с.
8. Александров И.И. Сборник геометрических задач на построение. М., Учпедгиз, 1954. - 175 с.

Дополнительная литература

9. Базылев В.Т., Дуничев К.И. и др. Геометрия: В 2 ч. М., Просвещение, М.,1974. 4.1. - 351 с, 1975, 4.2. - 367 с.
10. Атанасян Л.С, Гуревич г.Б.. Геометрия: В 2 ч. М., Просвещение, 1976, 4.2. - 447 с.
11. Милованов М.В., Тышкевич Р.П., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. В 2 ч. Мн., Вышэйшая школа, 2001. 4.1. - 302 с.
12. Комиссарук А.М. Основы аффинной геометрии на плоскости. Мн., Вышэйшая школа, 1967. - 240 с.
13. Аргунов Б.И., Балк Н.В. Геометрические построения на плоскости. М., Учпедгиз, 1957. - 266 с.