Министерство образования Республики Беларусь
Учебно - методическое объединение высших учебных заведений
Республики Беларусь по педагогическому образованию

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь
_______________ А.И. Жук
27.10.2008
Регистрационный № ТД-А.052/тип.

АЛГЕБРА

Типовая учебная программа для высших учебных заведений
по специальности
1-02 05 04 Физика. Дополнительная специальность
(1-02 05 04-01 Физика. Математика)

СОГЛАСОВАНО
Председатель учебно-методического объединения высших учебных заведений Республики Беларусь по педагогическому образованию
_______________ П.Д. Кухарчик
29.05.08

Начальник Управления высшего и среднего специального образования
_______________ Ю.И. Миксюк
27.10.08

СОГЛАСОВАНО
Первый проректор Государственного учреждения образования «Республиканский институт высшей школы»
_______________ И.В. Казакова
02.10.2008

Эксперт–нормоконтролер
Машер Н.П. Машерова
02.10.08

Минск 2008

СОСТАВИТЕЛИ:

А.А.Черняк, профессор кафедры математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра алгебры и геометрии учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»;

В.А. Липницкий, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор технических наук, кандидат физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 10 от 17 апреля 2008 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол №4 от 15 мая 2008 г.);

Научно-методическим советом по физико-математическому образованию и технологии учебно-методического объединения высших учебных заведений Республики Беларусь по педагогическому образованию (протокол №2 от 16 мая 2008 г.)

Ответственный за выпуск: А.А. Черняк

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность изучения дисциплины «Алгебра»

Актуальность изучения алгебры определяется той ролью, которую играет математика в жизни современного общества, ее влиянием на темпы развития научно-технического прогресса, а для студентов - будущих учителей физики и математики - профессиональной направленностью дисциплины. Помимо активно идущего процесса «алгебраизации» самой математики, усиливается роль алгебры в описании общей картины физического мира.

Дисциплина «Алгебра» для педагогических университетов представляет собой естественное углубление и обобщение школьной алгебры, центральными для которой являются вопросы о решении: а) систем линейных уравнений с двумя или тремя неизвестными; б) квадратных уравнений с одним неизвестным и некоторых типов уравнений более высокой степени, сводящихся к ним.

Первая составляющая программы - линейная алгебра - направлена на изучение произвольных систем линейных уравнений и неравенств и включает теорию многомерных векторных пространств, матричный аппарат, теорию определителей.

Вторая составляющая программы - алгебра многочленов - посвящена изучению уравнений произвольной натуральной степени с одним неизвестным. Наличие большого числа методов приближенного вычисления корней многочленов и неразрешимость в радикалах уравнений, степени которых выше 4-й, выводят здесь на центральное место проблемы существования корней и неприводимости многочленов над различными полями.

Математические дисциплины, изучаемые в педагогических университетах, изобилуют примерами различных алгебраических операций - над векторами, функциями, матрицами и т.д. Понятия группы, кольца и поля позволяют рассматривать эти операции и их свойства с достаточно общих позиций алгебраических структур, в которых эти операции определяются. Помимо этого, важность теории групп определяется многочисленными ее приложениями как внутри самой алгебры, так и в ряде разделов геометрии и физики. На основе теоретико-групповых понятий получаются также наиболее естественные доказательства многих фактов из целочисленной арифметики (теории чисел).

Программа соответствует первой ступени обучения в системе многоуровневого физико-математического педагогического образования. Содержание программы рассчитано на творческую взаимосвязь с другими дисциплинами, предусмотренными типовым учебным планом специальности, с учетом возможностей обучения студентов на высших ступенях педагогического образования.

Цели и задачи учебной дисциплины

Данная типовая программа по дисциплине «Алгебра», которая входит в цикл специальных дисциплин на первой ступени высшего образования, предназначена для студентов, обучающихся по специальности: 1-02 05 04 Физика. Дополнительная специальность: (1-02 05 04-01 Физика. Математика).

Изучение дисциплины «Алгебра» ставит следующие цели:

- дать знания об основных алгебраических понятиях, утверждениях и методах их обоснования;

расширить и углубить математический кругозор будущего преподавателя физики и математики;

научить его рассматривать вопросы школьной программы с достаточно общих позиций;

сформировать алгебраические умения и навыки, необходимые для успешного изучения других математических дисциплин, а также физики и информатики;

В процессе изучения дисциплины «Алгебра» решаются задачи:

- формирование абстрактного алгебраического мышления;

развитие способностей увязывать абстрактные идеи и методы с конкретными задачами школьной арифметики и алгебры;

- овладение аксиоматическим методом как эффективным средством математических доказательств;

развитие индивидуально-творческих способностей студента и приобретение навыков самостоятельной работы.

Требования к усвоению учебной дисциплины

Требования к уровню усвоения содержания дисциплины «Алгебра» определены образовательным стандартом высшего образования по специальности: 1-02 05 04 Физика. Дополнительная специальность: (1-02 05 04-01 Физика. Математика) в которой, с учетом компетентностного подхода, определены общенаучные умения, комплекс предметных и методологических знаний.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- матричные операции, критерии совместности систем линейных уравнений и неравенств, понятия определителя; свойства линейных и евклидовые пространств и подпространств;
- свойства групп, подгрупп, колец и полей, описание циклических групп;
- теоремы о делимости в кольце целых чисел, свойства кольца и поля классов вычетов;
- операции над многочленами, условия неприводимости многочленов, теоремы существования корней.

уметь:

- решать системы линейных уравнений, определять фундаментальные наборы решений систем уравнений и неравенств, вычислять определители, ранги и характеристические корни матриц, определять базы линейных и евклидовых пространств и подпространств;
- производить операции над комплексными числами;
- решать сравнения с одной неизвестной;
- раскладывать многочлены на неприводимые множители, находить их НОД и НОК, решать уравнения 2-й, 3-й и 4-й степеней.

Структура содержания учебной дисциплины

Структура содержания дисциплины «Алгебра»: арифметические пространства n-мерных векторов; системы линейных уравнений и неравенств; определители и их применение; линейные и евклидовые пространства; комплексные числа; группы, кольца, поля; кольцо целых чисел; уравнения с одним неизвестным в кольце классов вычетов; многочлены над произвольным полем; многочлены над числовыми полями.

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования. Она рассчитана на изучение алгебры в течение трех семестров, что обусловлено необходимостью приобретения студентами достаточной математической подготовки и адаптации к условиям учебы в ВУЗе.

На изучение дисциплины «Алгебра» типовым учебным планом предусмотрено 376 часов, из них аудиторных занятий - 160 часов, в том числе лекций - 76 часов, практических - 84 часа.

Данная программа является основным документом, который определяет объем и содержание дисциплины «Алгебра» для студентов специальности: 1-02 05 04 Физика. Дополнительная специальность: (1-02 05 04-01 Физика. Математика). На ее основе в каждом учебном заведении соответствующими кафедрами разрабатываются учебные программы с учетом индивидуальных особенностей ВУЗа. Кафедры имеют право перераспределять часы по темам дисциплины, изменять порядок изучения программного материала. Особые вопросы программы по решению кафедр могут выноситься для самостоятельного изучения студентами или рассматриваться только на практических или лабораторных занятиях.

Методы (технологии) обучения

Практические занятия должны содействовать развитию индивидуально-творческих способностей каждого студента и приобретению навыков самостоятельной работы. При обилии новых абстрактных понятий и непривычного для недавнего школьника формализма в обосновании алгебраических утверждений и теорем, целесообразно выносить из лекционного курса громоздкие доказательства и, разбивая их на отдельные этапы-задачи, рассматривать на семинарских занятиях, заранее снабдив студентов соответствующим методическим материалом.

Хотя структура разделов по линейной алгебре определяется необходимостью доказательств теорем о решениях систем линейных уравнений, вырожденных и обратных матрицах, рангах и определителях на основе двух базовых понятий - линейной независимости и элементарного преобразования системы векторов, лектор может придерживаться иной последовательности изложения разделов линейной алгебры. Однако целесообразно переходить к аксиоматике линейных и евклидовых пространств только после основательной пропедевтики понятий линейной независимости, ортогональности, ранга, базы и др. в менее абстрактных арифметических пространствах n–мерных векторов.

Тема «многочлены над произвольным полем» должна следовать за теорией чисел и предшествовать теме «многочлены над числовыми полями», поскольку свойства делимости многочленов имеют соответствующие аналоги в кольце целых чисел и не зависят от природы поля, над которым они рассматриваются; в то же время важные для приложений теоремы о неприводимости и корневой структуре многочленов с числовыми коэффициентами существенно зависят от вида числового поля и имеют индивидуальную доказательную базу.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс при соединении со всеми видами занятий.

Самостоятельная работа студентов

Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов разрабатываются соответствующими кафедрами вуза в соответствии с целями и задачами подготовки специалистов.

Особое внимание необходимо обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Эта работа должна проводиться с учетом индивидуальных особенностей каждого студента и направляться на развитие их творческо-познавательных способностей.

Диагностика компетенций студента

С целью текущего контроля предусматривается проведение двух контрольных работ в каждом семестре (по два часа каждая). Рекомендуется также по каждому разделу дисциплины проведение коллоквиумов, которые должны быть направлены на реализацию в большей степени обучающего, чем контролирующего компонента.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№	Название раздела и темы	Всего часов	Лекции	Практические занятия
1	**Введение в алгебру**	**16**	**6**	**10**
1.1	Элементы теории множеств и логики	8	4	4
1.2	Комплексные числа	8	2	6
2	**Линейная алгебра**	**46**	**20**	**26**
2.1	Арифметические пространства n-мерных векторов	10	4	6
2.2	Системы линейных уравнений и неравенств	14	6	8
2.3	Определители и их применение	10	4	6
2.4	Линейные и евклидовые пространства	12	6	6
3	**Алгебраические структуры**	**20**	**10**	**10**
3.1	Группы	12	6	6
3.2	Кольца и поля	8	4	4
4	**Целочисленная арифметика**	**24**	**12**	**12**
4.1	Кольцо целых чисел	10	6	4
4.2	Уравнения с одним неизвестным в кольце классов вычетов	14	6	8
5	**Многочлены**	**54**	**28**	**26**
5.1	Многочлены над произвольным полем	24	14	10
5.2	Многочлены над числовыми полями	30	14	16
	Всего	**160**	**76**	**84**

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение в алгебру

1.1. Элементы теории множеств и логики: операции над множествами, прямое произведение множеств, бинарные отношения и отображения, отношения эквивалентности и частичного порядка, логические связки и пропозициональные формулы, кванторы и понятие предиката, метод математической индукции.

1.2. Комплексные числа: операции над комплексными числами, тригонометрическая форма комплексных чисел, формула Муавра, корни *n-й* степени из действительных чисел.

2. Линейная алгебра

2.1. Арифметические пространства «-мерных векторов: линейно зависимые и независимые системы векторов, инвариантность линейной независимости и ранга системы векторов относительно элементарных преобразований, эквивалентные системы векторов, базы и ранг системы векторов, матрицы и операции над ними.

2.2. Системы линейных уравнений и неравенств: алгоритм Гаусса решения систем уравнений, критерии совместности однородных систем уравнений в терминах линейной независимости строк и столбцов их матриц, ранг матрицы, теорема Кронекера-Капелли, зависимость структуры решений системы уравнений от ранга ее матрицы, фундаментальная система решений, матричные уравнения, обратные матрицы, ранги подобных матриц, фундаментальный набор решений систем неравенств.

2.3. Определители и их применение: эквивалентные определения определителя и его основные свойства, определитель произведения матриц, критерий невырожденности и структура обратной матрицы, правило Крамера, критерии совместности систем линейных уравнений и неравенств в терминах окаймляющих миноров, характеристические многочлены и собственные значения матриц.

2.4. Линейные и евклидовые пространства: свойства операций и изоморфизм линейных пространств, характеризация конечномерных пространств, матрица перехода от базы к базе, матрицы линейного преобразования в различных базах, линейные подпространства, размерности суммы и пересечения подпространств, спектр, ранг и дефект линейного преобразования, конечномерные евклидовы пространства, построение ортогональных и ортонормированных баз, изоморфизм евклидовых пространств.

3. Алгебраические структуры

3.1. Группы: алгебраические операции, основные свойства групп и их изоморфизм, описание циклических групп, подгруппы, подгруппы циклической группы, теорема Лагранжа, нормальная подгруппа и фактор-группа, симметрическая и знакопеременная группы подстановок,

3.2. Кольца и поля: основные свойства кольца и поля, мультипликативная группа кольца и поля, минимальность поля рациональных чисел, изоморфизм колец и полей, характеристика поля, понятия подполя и конечного расширения поля.

4. Целочисленная арифметика

4.1. Кольцо целых чисел: основные свойства делимости, алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя и его линейное представление, свойства взаимно простых чисел, алгоритм Эратосфена, каноническое разложение на простые множители, кольцо классов вычетов и его обратимые элементы, китайская теорема об остатках, свойства функции Эйлера, теорема Эйлера и ее следствия, минимальность поля классов вычетов, цикличность мультипликативной группы поля классов вычетов и ее образующие, g-ичные системы счисления и признак делимости Паскаля, представление обыкновенной дроби в виде периодической десятичной.

4.2. Уравнения с одним неизвестным в кольце классов вычетов: линейные уравнения в кольце классов вычетов, дискретные логарифмы (индексы) и их свойства, двучленные уравнения в поле классов вычетов (двучленные сравнения по простому модулю), квадратные уравнения в поле классов вычетов (сравнения 2-й степени по простому модулю).

5. Многочлены

5.1. Многочлены над произвольным полем: операции над многочленами, основные свойства делимости, алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя и его линейное представление, метод Горнера деления на линейный двучлен, свойства взаимно простых многочленов, каноническое разложение на неприводимые многочлены, производная от многочлена и кратные корни, поле классов вычетов по неприводимому многочлену, теорема о существовании корня неприводимого многочлена, характеризация минимальных полей, содержащих данное поле и корень неприводимого над этим полем многочлена, единственность поля комплексных чисел, существование и характеризация конечных полей, цикличность мультипликативной группы конечного поля, свойства многочленов над конечными полями.

5.2. Многочлены над числовыми полями: неприводимые многочлены над полями действительных и комплексных чисел, канонические разложения многочленов с действительными и комплексными коэффициентами, теорема Виета, квадратные и кубические уравнения с действительными и комплексными коэффициентами, формула Кардано, алгоритм Штурма определения числа действительных корней, достаточное условие Эйзенштейна неприводимости многочленов над полем рациональных чисел, метод отыскания рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

Бухштаб А.А. Теория чисел-Москва: Просвещение, 1966. -380 с.

Кострикин А.И. Введение в алгебру- Москва: Физматлит, 2004-495 с.

Курош А.Г. Курс высшей алгебры- Санкт-Петербург: Лань, 2003.-432 с.

Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля-Москва: Мир, 1988. - 808 с.

Милованов М.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Часть 1. - Минск: Вышэйшая школа, 1984. - 300 с.

Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Часть 2. - Минск: Вышэйшая школа, 1987. - 262 с.

Мощенский В.А. Лекции по математической логике. - Минск: БГУ, 1973.-159 с.

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. Москва: Бином, Лаборатория базовых знаний, 2005- 384 с.

Фадеев Д.К. Сборник задач по высшей алгебре- Санкт-Петербург: Лань, 2001.-302 с.

Черняк А.А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 1: Линейная алгебра. - Минск: БГПУ, 2007. - 100 с.

Черняк А.А. Алгебра в задачах и решениях. Часть 2: Алгебраические структуры, целочисленная арифметика, многочлены. - Минск: БГПУ, 2008. - 110с.

Дополнительная:

Ван дер Варден Б.Л.. Алгебра-М.: Наука., 1976-648 с.

Виноградов И.М. Основы теории чисел- М.: Наука, 1972- 167 с.

Курош А.Г. Общая алгебра. М.: Наука, 1974- 159 с.

Курош А.Г. Теория групп. М.: Технико-теоретическая литература, 1953.-467 с.

Шнеперман Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях.-Мн.: Вышэйшая школа. Ч. 1, 1986.-272 с. Ч. 2, 1987-257 с.