

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ФЕДЕРАТИВНЫЙ КОМИТЕТ «ШКОЛА БУДУЩЕГО»

МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МАТЕРИАЛЫ**

**VII Международной**  
**научно-методической конференции**  
**«Физическое образование:**  
**проблемы и перспективы развития»**

**Часть 2**

**ПРОФЕССИОНАЛЬНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ  
ПОДГОТОВКА УЧИТЕЛЯ ФИЗИКИ**

**ПРЕПОДАВАНИЕ ФИЗИКИ И АСТРОНОМИИ  
В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ**

Москва  
«Школа будущего»  
2008

Печатается по постановлению редакционно-издательского совета Федеративного комитета «Школа Будущего» на основании решения ученого совета факультета Физики и информационных технологий Московского педагогического государственного университета.

**Редакционная коллегия:**

Пурышева Н.С., д.п.н. профессор;  
Исаев Д.А., д.п.н., профессор;  
Ильин В.А., д. ф.-м. н., профессор;  
Ромашкина Н.В., к.п.н., доцент

Материалы VII Международной научно-методической конференции «Физическое образование: проблемы и перспективы развития», Часть 2. – М.: Изд-во «Школа Будущего», 2008. – 228 с.

ISBN 5-94389-008-4

В сборник включены материалы научно-методической конференции, состоявшейся 11-14 марта 2008 г. на факультете физики и информационных технологий Московского педагогического государственного университета.

В первой части сборника собраны материалы, отражающие содержание сделанных участниками конференции докладов на секциях «Актуальные проблемы школьного физического образования» и «Информационные технологии в обучении физике». Статьи публикуются в авторской редакции.

© ФК «Школа Будущего», 2008  
© Московский педагогический  
государственный университет. 2008

## Преподавание физики и астрономии в высшей школе

технике				
Основные законы электромагнетизма и их использование в измерительной технике	6	4	12	
Физические основы оптоэлектронники	6	4	-	
Основные положения магнитооптики и ее техническое приложение	6	-	12	
Всего	30	16	48	

### ЛИТЕРАТУРА:

1. А.М. Лихтер. Лекции по физике. Электричество и магнетизм. – Издательство Астраханского педагогического университета. Астрахань, 1998. 200 с.
2. А.М. Лихтер, В.В. Смирнов. Задачи по физике. Электричество и магнетизм. Часть I. – Издательство Астраханского педагогического университета. – Астрахань, 1999. 248 с.
3. А.М. Лихтер, В.В. Смирнов, Л.И. Кордонец. Задачи по физике. Электричество и магнетизм. Часть II. – Издательство Астраханского педагогического университета. – Астрахань, 2001. 248 с.
4. А.М. Лихтер, В.В. Смирнов. Физические основы оптико-электронных измерений. Учебное пособие. Астрахань. Издательский дом «Астраханский университет», 2005. 288 с.
5. В.В. Смирнов, А.М. Лихтер. Основы автоматики и вычислительной техники. Учебное пособие. Астрахань: Из-во Астраханского пединститута. 1994. 151 с.

---

### К ДОСТИЖЕНИЮ КОНЕЧНОСТИ НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Макаренко А.В.

Мозырский государственный педагогический университет. Мозырь. РБ

Плескачевский Ю.М., Селькин В.П.

Институт механики металло-полимерных систем НАН Б. Гомель, РБ

Копылов С.В.

Московский государственный открытый университет. Москва, РФ

#### **Введение.**

В задачах самого разного типа решения достигают своих предельных значений на бесконечности. Не всегда такой результат имеет «физический» смысл. Ниже, рассмотрен ряд примеров и сделана попытка единым образом устранить возникающую трудность.

#### **1. Движение в вязкой среде.**

Сила сопротивления движению шара в вязкой среде, в первом приближении, имеет вид  $F = -kV$  [1]. Отсюда,  $m \frac{dV}{dt} = -kV$ . Таким образом:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow d \ln V = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow V = V_0 \exp\left(-\frac{k}{m}(t-t_0)\right) \quad (1).$$

Представив эти соотношения в другом виде, будем иметь:

$$dV = -\frac{k}{m} V dt \Rightarrow dV = -\frac{k}{m} dx \Rightarrow V = V_0 + \left(-\frac{k}{m}(x-x_0)\right) \quad (2).$$

Из соотношения (1) следует, что  $V = 0$  будет достигнуто при  $t = \infty$ . А из (2), что  $V = 0$  будет достигнуто на длине:

$$V = V_0 + \left(-\frac{k}{m}(x-x_0)\right) \Rightarrow 0 = V_0 + \left(-\frac{k}{m}(x-x_0)\right) \Rightarrow x = x_0 + \frac{k}{m} V_0.$$

Таким образом, тело будет двигаться вечно от точки начала торможения к точке остановки, отстоящей от исходной на конечную величину длины.

На этом примере следует объяснить студентам, что такой результат есть следствие идеализации задачи (выбора модели). Представляет интерес построить модель «реального» движения, с конечным временем достижения точки остановки отстоящей на конечное расстояние от точки начала торможения при выбранном режиме движения.

### 1.2. Нормировка скорости.

О величине скорости, больше или меньше она единицы, сказать можно только тогда, когда рассматривается не сама скорость, а безразмерная величина ей соответствующая. Такой безразмерной величиной в данной задаче является отношение рассматриваемой скорости  $V$  к единственной скорости, отличной от собственно скорости движения тела - скорости начального движения:  $V_0$ .

Поскольку в данной задаче рассматривается процесс торможения то, очевидно, что величина  $V$  всегда меньше или равна  $V_0$ , то есть  $V/V_0 \leq 1$ .

### 1.3. Модификация модели.

**1.3.1.** Рассмотрим нелинейную зависимость силы трения от скорости движения. Пусть эта зависимость является одночленом вида  $F = kV^a$ .

Уравнение движения, таким образом, имеет вид:  $m \frac{dV}{dt} = -kV^a$ . Отсюда:

$$\frac{dV}{V^a} = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow \frac{1}{-a+1} dV^{(1-a)/a} = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow V^{(1-a)/a} = V_0^{(1-a)/a} + \frac{(a-1)k}{m}(t-t_0) \quad (1a),$$

и соответственно:

$$\frac{dV}{V^{(a+1)}} = -\frac{k}{m} V dt \Rightarrow \frac{1}{-a+2} dV^{(1-a)/a+1} = -\frac{k}{m} dx \Rightarrow V^{(1-a)/a+1} = V_0^{(1-a)/a+1} + \frac{(a-2)k}{m}(x-x_0)$$

(2a).

Из формул (1а, 2а) и длина и время, за которое достигается остановка ( $V' = 0$ ), будут конечны при  $a < 1$ . Причём, если обозначить  $a = 1 - \delta$ , то конечность длины и времени достигается при любом как угодно малом, но конечном  $\delta > 0$ .

**1.3.2.** Пусть на участке длиной  $L$  средняя скорость равна  $V$ . Тогда, из-за флуктуаций скорости на величину  $v$ , на длине  $L/2$  скорость равна  $V + v$ , а на следующем участке длиной  $L/2$  скорость равна  $V - v$ . Поэтому средняя скорость на всём участке  $L$  уже не  $V$ , а  $L/\{(L/2)/(V+v)+(L/2)/(V-v)\} = V - (v^2/V)$ . Причём знак минус, в результате, будет в любом случае, и в описанном, и в случае, если скорость на первой половине пути меньше, а на второй больше. Поэтому средняя скорость, после учёта воздействия флуктуаций, становится меньше исходной. По причине изложенной выше этот результат эквивалентен перезаписи уравнения движения с модифицированной величиной  $V$ . А именно, со скоростью в степени большей единицы:  $V \rightarrow V^{1+\varepsilon}$ , где  $\varepsilon \geq 0$ . Однако теперь модификации следует подвергнуть не скорость в выражении для силы трения, а скорость под знаком дифференциала, поскольку речь теперь идет о собственно скорости, а не о потере энергии при учёте воздействия флуктуаций. Получаем:  $m \frac{dV^{1+\varepsilon}}{dt} = -kV$ . Это уравнение можно решить непосредственно.

Будем иметь

$$m \frac{dV^{1+\varepsilon}}{dt} = -kV \Rightarrow (1+\varepsilon) \frac{V^\varepsilon dV}{V} = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow (1+\varepsilon)V^{\varepsilon-1} dV = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow$$

$$\frac{(1+\varepsilon)}{\varepsilon} dV^\varepsilon = -\frac{k}{m} dt \Rightarrow dV^\varepsilon = -\frac{\varepsilon k}{(1+\varepsilon)m} dt \Rightarrow V^\varepsilon = V_0^\varepsilon - \frac{\varepsilon k}{(1+\varepsilon)m}(t-t_0)$$

Поскольку  $\varepsilon \geq 0$  то при конечном  $t$  скорость  $V$  станет равной нулю.

Однако не трудно заметить, что, если обозначить  $V^{1+\varepsilon}$ , как  $\Upsilon$ , то  $V$  в

формуле справа следует заменить на  $\Upsilon^{\frac{1}{1+\varepsilon}} \approx \Upsilon^{1-\varepsilon}$ . Таким образом, мы возвращаемся к случаю пункта 6.1. То есть конечному времени за счёт увеличения потерь на трение, представляемое как рост скорости  $\Upsilon$ , при трансформации  $V \rightarrow V^{1+\varepsilon}$ , поскольку  $\varepsilon \geq 0$ , а  $V \leq 1$ .

## 2. Процесс стационарной диффузии в реагирующих средах.

В работе [2] нами рассматривался процесс диффузии газа в облучаемый материал. Облучение вызывает реакции поглощение диффундирующего газа материалом образца. В стационарном случае, для диффузии в полупространство, такой процесс описывается уравнением:

$$\frac{d^2 C(x)}{dx^2} = q^2 C(x), \quad \text{где } q^2 = kI/D \quad (3),$$

с решением вида:

$$C(x) = C_1 \exp(-qx) + C_2 \exp(+qx) \quad (4).$$

Здесь  $D$  – коэффициент диффузии,  $C(x)$  – концентрация кислорода,  $I$  – интенсивность излучения,  $k$  – константа реакции.

Как отмечалось, это решение не обеспечивает одновременного выполнения требований: равенства нулю, на конечной глубине  $L$ , концентрации диффундирующего газа  $C(x)$  и его потока  $dC(x)/dx$ .

По аналогии с пунктом 1.2. следует отметить, что и здесь:  $C(x)/C_0 \leq 1$ .

## 2.1. Флуктуации.

Функция вида  $C(x) = C_0 \exp(-qx)$ , обладает всеми требуемыми свойствами, в качестве решения поставленной задачи, однако для точки  $x = \infty$ . Зачастую считается, что этого и достаточно, так как концентрация по глубине спадает очень быстро, и на конечных глубинах достигает «не физических» величин. То есть под  $x = \infty$  подразумевают «физическую» бесконечность.

Тем не менее, поставленная нами задача, как задача физическая, а не только формально-математическая, вне зависимости от изложенного выше мнения, имеет решение.

При «малых» значениях  $C(x)$  величина флуктуаций концентрации становится заметной по сравнению с величиной концентрации  $C$ . Флуктуируя, концентрация  $C$  возрастает по сравнению со средней величиной концентрации в данной области. Это, в частности, приводит к более интенсивному вступлению диффундирующего газа в реакцию в данной области, чем это было бы в отсутствии флуктуаций.

Рассмотрим интервал  $\Delta x$  по глубине образца. Разобьем его, для простоты, на две равные части, величиной  $\Delta x/2$ . Пусть часть молекул из второй части, на фоне стационарного процесса диффузии, на некоторое время флуктуировала в первую часть. Тогда концентрация в первой части стала  $C + \gamma C$ , то есть  $C(1 + \gamma)$ , а во второй, соответственно,  $C - \gamma C = C(1 - \gamma)$ . Фактически можно говорить об изменении коэффициента  $q^2$  в уравнении диффузии в первой части образца до значений  $q^2(1 + \gamma)$ , а во второй до  $q^2(1 - \gamma)$ .

Обозначим концентрацию в начале интервала  $\Delta x$  как  $C_0$ . Тогда в процессе диффузии в присутствии облучения концентрация в середине образца станет  $C_0 \exp\{-\sqrt{q^2(1+\gamma)} \Delta x/2\} = C_{1/2}$ . Концентрация же на конце интервала  $\Delta x$ , таким образом будет  $C_{1/2} \exp\{-\sqrt{q^2(1-\gamma)} \Delta x/2\}$ . Или, что тоже,  $C_0 \exp\{-\sqrt{q^2(1+\gamma)} \Delta x/2 - \sqrt{q^2(1-\gamma)} \Delta x/2\}$ . Разлагая в ряд получаем  $\sqrt{q^2(1 \pm \gamma)} \approx q(1 \pm \gamma/2 - \gamma^2/8)$ . Таким образом, концентрация на конце интервала  $\Delta x$  равна  $C_0 \exp\{-q(1 - \gamma^2/8) \Delta x\} = C_0 \exp\{-q \Delta x\}^{1 - \gamma^2/8}$ .

Это означает, что концентрация на конце интервала  $\Delta x$  при учёте флуктуаций отличается от концентрации на конце того же интервала, в случае отсутствия флуктуаций. Последняя равна  $C_0 \exp\{-q \Delta x\}$ , и таким

образом различие заключено в степени члена в квадратных скобках. Таким образом, наличие флюктуаций приводит к возрастанию «средней» концентрации подвергаемой облучению в каждой области  $\Delta x$ . Но, при «больших» концентрациях этот эффект незначителен, так как  $\gamma$  и тем более  $\gamma^2$  пренебрежимо мало. При «малых» концентрациях этот эффект может стать существенным, так как  $\gamma$ , в нашей модели, возрастает вплоть до величин равных единице.

Таким образом, уравнение диффузии принимает вид:

$$\frac{d^2C(x)/dx^2}{q^2} = q^2 C(x)^{1-\gamma^2/8}, \quad (5),$$

то есть становится нелинейным.

Исходя из поставленной цели, искомое решение уравнения (5) можно пытаться искать в виде:  $C(x) = C_0(1 - x/L_0)^\kappa$ .

Подставляя  $C(x)$  в это уравнение получаем, что соответствующее  $C(x)$  будет его решением в случае:

$$k-2 = k(1-\gamma^2/8), \text{ или } 16/k = \gamma^2; k(k-1)/L_0^2 = q^2 \quad (6).$$

Зная  $\gamma$  и  $q^2$  из этой системы уравнений можно получить  $L_0$ . И наоборот, зная  $L_0$  и  $q^2$  можно оценить вклад флюктуаций  $\gamma$ .

Если  $\gamma \rightarrow 0 \Rightarrow k \rightarrow \infty \Rightarrow L_0 \rightarrow \infty$ , то есть мы возвращаемся к уравнению (3) и его решению (4), как это и должно быть.

В предельном, для нашей модели случае  $\gamma = 1 \Rightarrow k = 16$ . Хотя достаточно было бы условия  $k(1-\gamma^2/8) \geq 0$ , то есть условия  $k-2 \geq 0 \Rightarrow k \geq 2$ .

Нелинейные эффекты существенны, конечно, при «малых» концентрациях, диффузия же на основном участке обычно не требует учёта этого эффекта из-за малости  $\gamma$ . Это и приводит к хорошему совпадению экспериментальных результатов с решением уравнения (3).

### Заключение.

Таким образом, в обоих рассмотренных случаях механизмом, обеспечивающим конечную длину реализации процессов, является наличие флюктуаций. Этот результат позволяет рассматривать введение флюктуаций в рассматриваемые задачи, как метод модификации идеализированных моделей приближающий их к более реалистическому сценарию.

### Литература:

[1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988. – 736с.

[2] Копылов С.В., Плескачевский Ю.М., Селькин В.П. – М.: «МГОУ-XXI-НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ», № 5-6, 2004, с. 2-5.

---